Chapter 1

تفاوت ترمودینامیک با انتقال حرارت:

در ترمودینامیک در مورد سیستم‌های در حال تعادل بحث می‌کند و بحثی در مورد نرخ و یا مکانیزم را به ما نمی‌دهد. ولی در انتقال حرارت هم در مورد نرخ و هم در مورد مکانیزم بحث می‌شود.

چه موقع انتقال حرارت بوجود می آید؟

وقتی بین دو نقطه یا دو ماده اختلاف دمایی وجود داشته باشد یا اصطلاحاً گرادیان دما بوجود می‌آورند مثل اینکه در سیالات جریان در اختلاف فشار بوجود می‌آید.

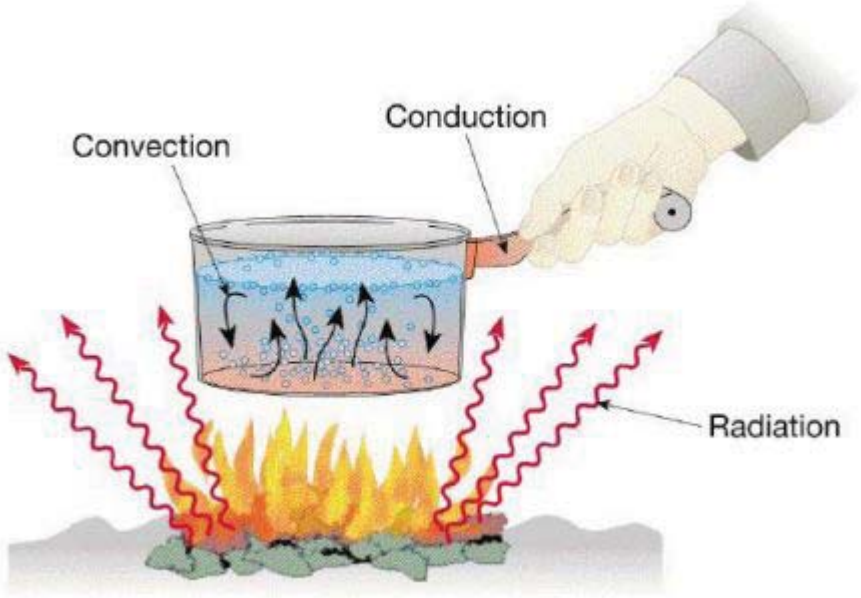
انواع مکانیزم انتقال حرارت:

Heat transfer:
- Conduction هدایتی
- Convection جابجایی (هم رفتی)
- Radiation تشعشعی

Conduction: در جامدات و سیالات ساکن بوجود می‌آیند پس نیاز به محیط مادی دارد.

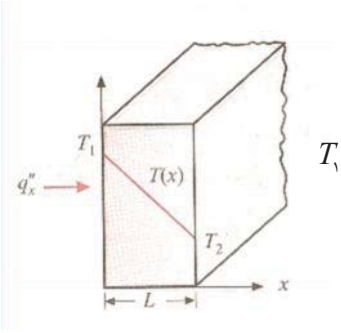
Convection: زمانی بوجود می‌آید که یک سیالی متحرکی روی یک سطحی حرکت کند. و نیاز به محیط مادی دارد.

Radiation: بین هر دو سطح که اختلاف دما دارند همیشه تشعشع صورت می‌گیرد و نیاز به محیط مادی واسطه ندارد و مکانیزم آن به صورت امواج الکترومغناطیسی است یا photon.



انتقال حرارتی هدایتی: Conduction

طبق قانون دوم ترمودینامیک(نظریه کلازیوس) که همیشه انتقال حرارت از دمای بیشتر به دمای کمتر اتفاق می‌افتد.



فرض $T_1 > T_2$

انتقال گرمای رسانشی یک بعدی (پخش انرژی)

$$\dot{q} \quad \alpha \quad A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

A: cross sectional Area (سطح عمود بر جهت جریان) رابطه مستقیم

ΔT : با اختلاف دما رابطه مستقیم

با فاصله رابطه عکس : Δx

K: Thermal conductivity $\left(w/_{m.k}\right)$

k منفی بخاطر اینکه $\Delta T, \Delta x$ از نظر علامت مختلف العلامت هستند می‌گذاریم:

$q_x = -KA\frac{dT}{dx}$ (kw) قانون فوریه

$\dot{q}_x$ = Rate of Heat transfer in x Direction x نرخ انتقال حرارت در جهت

$\frac{dT}{dx}: x$ گرادیان دما در جهت

اگر عمود نباشد پس مؤلفه‌ای دارد که انتقال حرارت در آن از برهان خلف مؤلفه وجود نـدارد

پس همیشه انتقال حرارت عمود بر سطوح ایزوترم است.

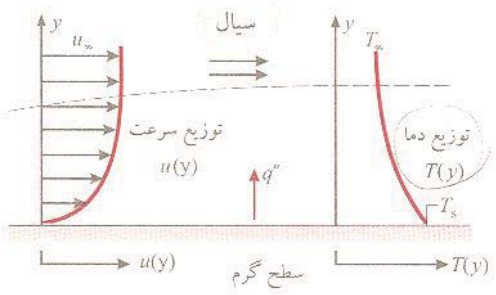
شار حرارتی: $q'' : Heat\ \ flux$, $q'' = \frac{q}{A}\left(kw/_{m^2}\right)$, $q'' = \frac{q_x}{A}$

Assumption با فرض k= constant $\Rightarrow q'' = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}i + \frac{\partial T}{\partial y}j + \frac{\partial T}{\partial z}k\right)$

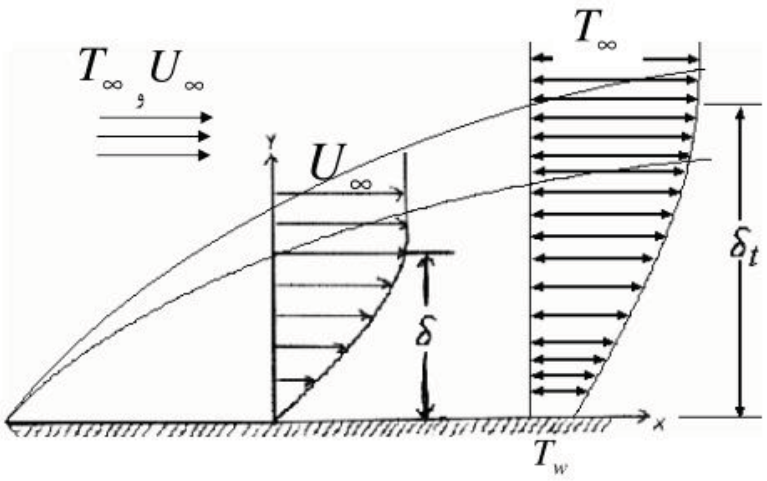
شکل سه بعدی قانون فوریه ↑

$q'' = -k\vec{\nabla}T = -k\ \overrightarrow{grad}(T)$

جابجایی: $Convection$:



گسترش لایه‌ی مرزی در انتقال گرمای جابه‌جایی



انتقال حرارت جابجایی

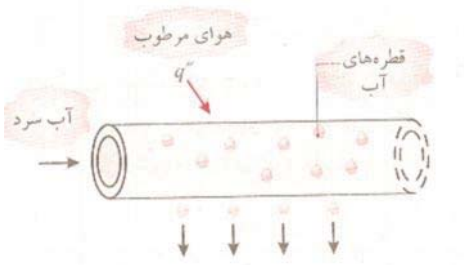
انواع جابه‌جایی:

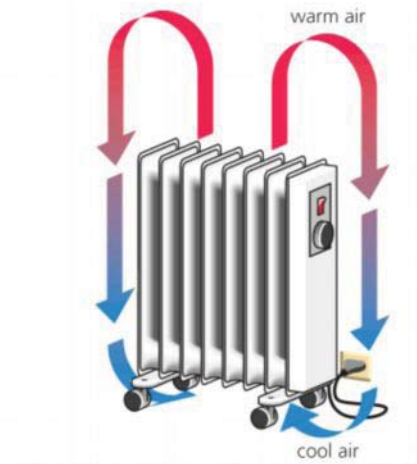
Convection:
- Forced convection
- Free (Natural) Convection

Forced convection: زمانی بوجود می‌آید که جابجایی توسط یک عامل خارجی مثل فن یا پمپ یا باد ایجاد شود مثل رادیاتور ماشین، خنک کردن تجهیزات کامپیوتر.

Free concretion: انتقال به شکل طبیعی یا آزاد در اثر تغییرات چگالی و یا نیروی شناوری بوجود می‌آید مثل شوفاژ

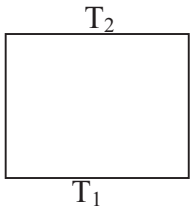
وقتی یک سیال گرم می‌شود چگالی آن کم می‌شود و سبک می‌شود و بالا می‌رود.

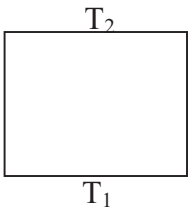




گرمایش هوا بوسیله نوعی بخاری برقی (مثالی از جابجایی آزاد)

اگر لباس را روی شوفاژ بگذاریم جلوی حرکت سیال را می‌گیرد و انتقال حرارت را پائین می‌آورد.





$T_1 > T_2$ *free convection* *condction* $T_2 > T_1$

چون $T_2 > T_1$ و سیال گرم تمایل دارد به سمت بالا برود در نتیجه به محفظه برخورد می‌کند.

چون $T_2 < T_1$ است سیال گرم پایین است و به راحتی به سمت بالا حرکت می‌کند.

همیشه انتقال حرارت Force به وسیله عامل خارجی از Free خیلی بیشتر است.

مثال: کولر گازی

نقطه شنبم: (dew point)

دمایی که تحت آن در طی یک فرآیند فشار ثابت سرد بشود اولین نقطه‌ای که آب چگالیده می‌شود نقطه شبنم است.

انتقال حرارت در جوشش و چگالش به شدت بالاست.

انتقال حرارت توسط قانون سرمایش نیوتن بیان می‌شود (Newton's law of cooling)

$$q \alpha A(T_w - T_\infty)$$

ضریب انتقال حرارت جابجایی $\dot{q} = hA(T_w - T_\infty)$

h: { Geometry, Roughness به شکل هندسی و زبری سطح
fluid properties K ،C_p، μ ،ρ خواص سیال مثل
flow condition شرایط جریان }

* مقدار h (ضریب جابه‌جایی) برای انتقال حرارت بوسیلهٔ عامل خارجی (force) در مقایسه با حالت آزاد (free) خیلی بیشتر است.

$h_{forced\ conr} > h_{free\ conrec}$

$h_{Boiling,condestotion} > h_{forced}$ cew.

h: *film coefficiont*

Heat transfer

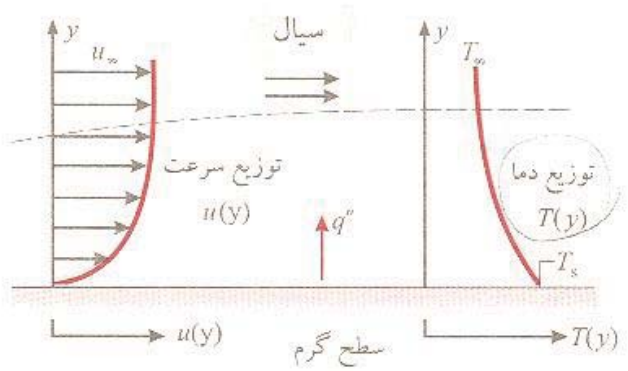
* conduction:

{ *gas & fluid*: (سیالات ساکن) Diffusion(پخش مولکولی)
solid: { ۱.*lottice vibration*: (ارتعاش شبکه‌ای)
۲.*free electrons*: (الکترون‌های آزاد) }

* اگر سیال روی سطحی حرکت کند لایهٔ مرزی به وجود می‌آید.

* *Convection:*

* برای انتقال حرارت جا به‌جایی حتماً باید سیال متحرکی داشته باشیم.



(شرط عدم لغزش) $v = 0$

* در نزدیک سطح سرعت صفر است و انتقال حرارت توسط مکانیزم رسانش است.

$$convection \begin{cases} \text{نزدیک سطح} \quad (v=0): \text{Diffusion} \\ \text{Bulk motion (Advection)}: \quad \text{حرکت توده‌ای سیال} \end{cases}$$

نکات قانون فوریه:

1) قانون فوریه یک معادلهٔ برداری است و این معادله برای هر ماده‌ای صادق است حتی اگر شرایط مسئله غیرپایدار باشد.

قانون فوریه: $q'' = -k\vec{\nabla}T$

2) از مشاهدهٔ تجربی به دست آمده

3) حتی اگر منبع حرارتی وجود داشته باشد معادله صادق است.

* از لحاظ مکانیزم سرعت سریع‌ترین نوع انتقال حرارت Radiation می‌باشد. و این انرژی توسط امواج Electromagnetic (Photon) منتقل می‌شود.

قانون Stefan- Boltzmann: $Q''_{emit,\max} = \sigma T_s^4$

*** دما باید حتماً باید به صورت مطلق باشد یعنی کلوین یا رانکین:**

$$\sigma = 5.67\times10^{-8}\ \frac{w}{m^2.k^4}$$

انرژی یک سطح واقعی صادر می‌کند: $Q''=\varepsilon\sigma T_s^4$ $\qquad$ $\varepsilon : emissivity\ \ of\ \ surface$

ماده‌ای که ماکزیمم انرژی را از خود صادر کند. $\Rightarrow$ (جسم سیاه) : Black Body

$$\varepsilon = 1$$

به عبارت دیگر جسم سیاه جسمی است که تمام انرژی داده شده به آن را جذب می‌کند.

انرژی تشعشعی که از جسم 1 به جسم 2 می‌رسد: $q_{1-2}=\sigma\varepsilon A_i F_{12}\left(T_1^4-T_2^4\right)$

$F_{12} : shape(view)\ factor$

$$F_{12}=\frac{1}{A_1}\iint_{A_1}\iint_{A_2}\frac{\cos\theta_i.\cos\theta_j}{\pi r^2}dA_2.dA_1$$

K: ضریب هدایت‌گرمایی:

$q''=-k\vec{\nabla}T$ $\qquad$ $k : Thermal\ conductivity$

در حالت کلی: $K_{solid} > K_{liquid} > K_{gas}$

n: تعداد مولکول‌ها بر واحد حجم

c: سرعت متوسط مولکول‌های گاز

$$k_{gas}\alpha\ n\bar{C}\lambda$$

λ: متوسط فاصله‌ای که مولکولها به هم برخورد می‌کنند.

c,μ,k $\qquad$ α $\qquad$ $\sqrt{T}$ $\qquad$ $C=\sqrt{KRT}$

1) k با جرم مولکولی نسبت عکس دارد.

$$K_{Hz} > K_{He} > K_{Air} > K_{R-12}$$

2) k_{gas} با فشار ارتباطی ندارد چون λ کم می‌شود و n بالا می‌رود و این دو اثر هم را خنثی می‌کنند.

مقایسهٔ k مربوط به بعضی از گازها:

3) k مایعات مانند k گازها تحلیل می‌شوند.

4) k گازها و مایعات با افزایش دما افزایش می‌یابد.

k: مواد جامد به ارتعاش شبکه مولکول و الکترون‌های آزاد بستگی دارد.

$$K_{solid}\begin{cases} lattice\ \ vib(k_l)\ \ k_{solid} = k_l + k_e \\ free\ elect: (k_e) \end{cases}$$

5) هر چه شبکه مولکولی منظم‌تر باشد k بیشتری دارد. بالاترین k موجـود k المـاس است.

	$k\left(w/_{m.k}\right)$
Diamond	2300
Copper	430
Iron	80.2
water	0.613
Air	0.02

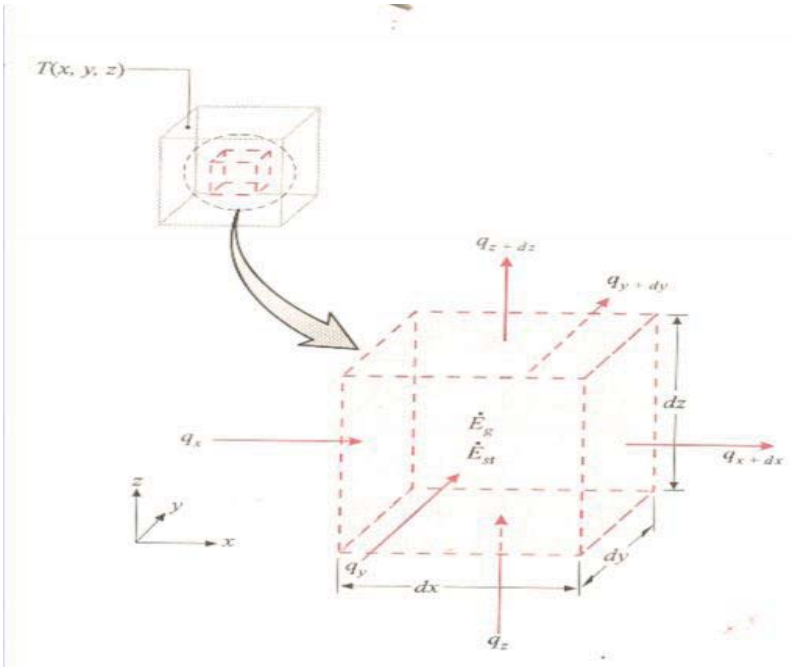
در حالت کلی: $K_{\substack{crystal\\diamonid}} \rangle K_{\substack{Pure\\metal}} \rangle K_{\substack{Alloy\\metal}} \rangle K_{liquid} \rangle K_{insulation} \rangle k_{gas}$

در مایع‌ها: $k_{آب} \rangle k_{روغن}$

مقایسهٔ k مربوط به فلزها

$$k_{copper} \rangle k_{al\,\min\,am} \rangle k_{\substack{carbon\\steel}} \rangle k_{\substack{s\,\tan\,iless\\steel}} \rangle$$

Heat conduction Equation:



حجم کنترل دیفرانسیلی $dxdydz$ **برای تحلیل رسانش در مختصات کارتزین**

$\dot{E}_G$: انرژی تولیدی بر واحد حجم مثلاً انـرژی الکتریکـی، شـیمیایی یـا هسـته‌ای بـه انـرژی حرارتی تبدیل شود.

* روش به دست آوردن معادلهٔ انتقال حرارت هدایتی

The first law of Thermodynamic (conservation of Energy principle):

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \quad (1)$$

$$\dot{E}_{in} = \dot{q}_x + \dot{q}_y + \dot{q}_z \quad , \quad \dot{E}_{out} = \dot{q}_{x+dx} + \dot{q}_{y+dy} + \dot{q}_{z+dz}$$

$$= \left(\dot{q}_x + \partial \frac{\dot{q}_x}{\partial x} dx \right) + \left(\dot{q}_y + \frac{\partial \dot{q}y}{\partial y} dy \right) + \left(\dot{q}_z + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial_z} dz \right)$$

$$\dot{E}_G = \dot{q}_G . d_x d_y d_z \qquad \dot{q}_G = Heat \quad Generation : per\ unit\ valume$$ انرژی تولید بر واحد حجم

$$\Delta \dot{E}_{sys} = mC_p \frac{\partial T}{\partial t} = pc_p d_x d_y d_z \frac{\partial T}{\partial t}$$

$C_v = C_p$ (جسم جامد)

$$\dot{q}_x = -kd_y d_z \frac{\partial T}{\partial x}, \dot{q}_y = -kd_x d_z \frac{\partial T}{\partial y}, \dot{q}_z = -kd_x d_y \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \frac{-\partial \dot{q}_x}{\partial x}dx - \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y}dy - \frac{\partial \dot{q}}{\partial z}zdz + \dot{q}_G.d_x d_y d_z = pc_p dxdydz\frac{\partial T}{\partial t}$$

معادلهٔ انتقال حرارت در مختصات دکارتی (با مشتقات جزئی)

Assumption: K= constant $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}, \qquad \left(\alpha \uparrow = \frac{k\uparrow}{(PC_p)\downarrow}\right)$$

α : *Thermal diffucityty* (پخشندگی گرمایی)

PC_p : (ظرفیت گرمایی حجمی)

αبالا: یعنی گرما سریع در ماده پخش می‌شود و ماده سریع تحت تأثیر تغییر دما قرار می‌گیرد.

* گازها برای ذخیره انرژی مواد مناسبی نیستند چون α آنها کم است.

$$\overrightarrow{grad}f = \vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}i + \frac{\partial f}{\partial y}j + \frac{\partial f}{\partial z}k$$

Div $\vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A}$

Div $\left(\vec{\nabla}f\right) = \vec{\nabla}.\vec{\nabla}f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

Laplasion(T): Div $\left[\overrightarrow{grad}(T)\right]$

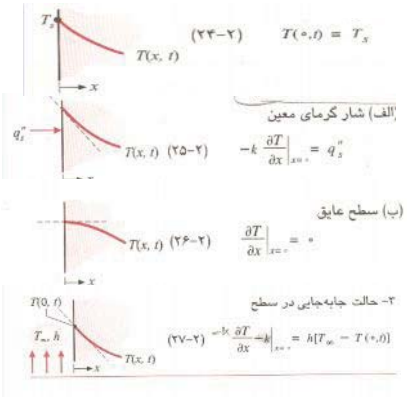
$\Rightarrow$ معادلهٔ انتقال گرما : $\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_G}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad (k = cte)$

$$\begin{cases} \dot{q}_G = 0 \quad \nabla^2 T = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\ Fourier\ \ Equation & \text{(معادلهٔ فوریه)} \\ steady \Rightarrow \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_G}{k} = 0\ poisson\ \ Equation & \text{(معادلهٔ پواسون)} \\ steady, \dot{q}_G = 0 \Rightarrow \nabla^2 T = 0 & \text{(معادلهٔ لاپلاس)} \end{cases}$$

One-Dimensional: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

$$\begin{cases} 2\ Boundary\ \ conditions: \\ 1\ Initial\ \text{condition}: \end{cases}$$

$$Boundary\ \ condition:\begin{cases}1 = Dirichlet\ \ Condition\\ \quad T(0,t) = T_1\\ 2 = Newmann\ condition\\ \quad q''_{(0,t)} = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}\\ special\ \text{case}:\\ \quad q''=0 \Rightarrow \dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}=0\end{cases}$$



$$\begin{cases}۳ = conveetion\\ \quad h\left(T_\infty - T_{conv,t}\right) = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}\\ ۴ = \sigma\varepsilon\left[T_\infty^{۴} - T^{۴}(0,t)\right] = -k\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}\end{cases}$$

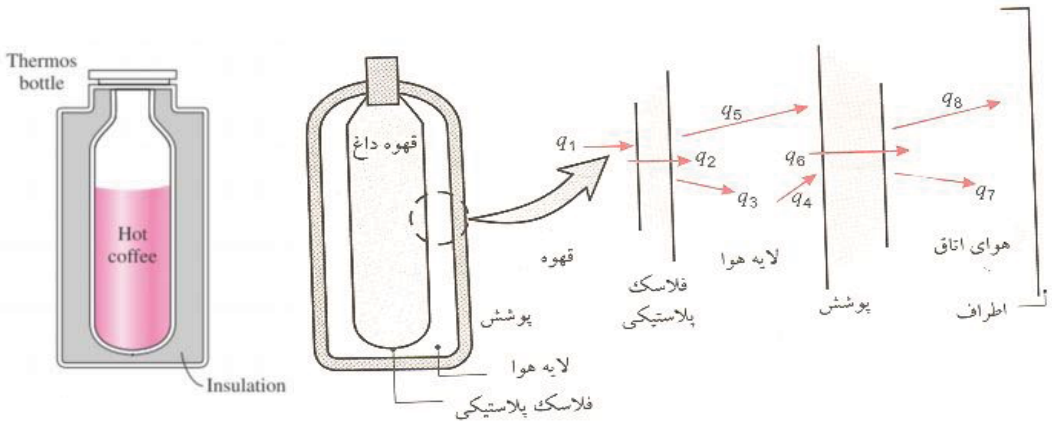
5) دو سطح در تماس با هم باشند.

$$\begin{cases}T_A(x_0,t) = T_B(x_0,t)\\ -k_A\dfrac{\partial T(x_0,t)}{\alpha_x} = -k_B\dfrac{\partial T_{(x,t)}}{\partial_x}\end{cases}$$

یک سطح نمی‌تواند انرژی را در خود حفظ کند قدر انرژی وارد می‌شود خارج می‌شود.

* اگر k_A و k_B با هم برابر باشند مشتق آنها با هم برابر است و مماس بر منحنی در نقطه مشترک آنها با هم برابرند.

مکانیزم انتقال حرارت از فلاسک چای به هوای بیرون:



جابه‌جایی $\dot{q}_1$ = *natural Free convection*(*from* tea to suface1)

رسانش از سطح 1 به سطح 2

جابه‌جایی $\dot{q}_2$: *conduction*(throgh surface 1 to 2)

تشعشع از سطح (2) به سطح (3)

جابه‌جایی $\dot{q}_3$: Radiation (from surface 2 to surface3)

جابه‌جایی از سطح (2) به هوا (Air1)

جابه‌جایی $\dot{q}_4$: *matural* convection (from surface 2 to Air 1)

جابه‌جایی از Air1 به سطح (3)

جابه‌جایی $\dot{q}_5$: *matural* convection (from Air 1 to Surface3)

رسانش از سطح (3) به سطح (4)

جابه‌جایی $\dot{q}_6$ = *Conduction* (through surface 3 to 4)

تشعشع از سطح (4) به سطح (5)

جابه‌جایی $\dot{q}_7$: Re *diation* from surface 4 to surhace 5)

جابه جایی از سطح (4) به Air2

$\dot{q}_8$: *Natural* convection form surfacl 4 to Air 2

One-Dimensional: Heat conduction Equation:

In Cartesian: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

In cylindrical: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

In spherical: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n\frac{\partial T}{\partial t}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\begin{cases}r=x, n=0\\ n=1\\ n=2\end{cases}$

*1) هدف از حل معادلات انتقال گرما بدست آوردن توزیع دما در زمان و مکان‌های مختلف است و توزیع دما به ما کمک می‌کند که نرخ انتقال حرارت را به دست آوریم. $(\dot{q}, q'')$

2) با به دست آمدن توزیع دما تنش‌های حرارتی نیز به دست می‌آیند (Thermal stress)

3) با توزیع دما جابه‌جایی‌ها و کمانش را می‌توان حساب کرد. Displacement, Buckling

4) به دست آوردن عایق مناسب: insulator:

5) انتخاب چسب‌های صنعتی Coating:

*** حل معادلهٔ انتقال حرارت در مختصات دکارتی (کارتزین):**

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\underset{\text{no heat Generation}}{\overset{\text{steady state:}}{\Rightarrow}}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0$$

فرضیات: (1- یک بعدی، 2- پایدار، 3- بدون منبع حرارتی)

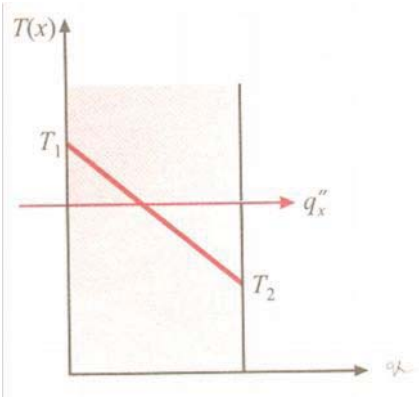
A: ثابت

K: ثابت

$$\frac{dT}{dx} = constont = C_1 \qquad \dot{q}_x = -kA\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x = cons\tan t \Rightarrow q''_x = \frac{\dot{q}_x}{A} = constaxt$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial k}\right) = 0$$



رابطه بین دستگاه مختصات، جهت جریان گرما و شیب دما در یک بعد

قانون اول: $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{dE}{dt} \Rightarrow \dot{E}_{in} = E_{out} \Rightarrow \dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} = cte$

$\frac{dT}{dx} = C1 \Rightarrow T = C_1 x + C_2 \Rightarrow$ توزیع دما خطی است

قانون فوریه: $\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{q}_x d_x = -kAdT$

$$\int_{x_1}^{x_2} \dot{q}_x dx = \int_{T_1}^{T_2} -kAdT \Rightarrow \dot{q}_x(x_2 - x_1) = -kA(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x = \frac{kA(T_1 - T_2)}{\Delta x} \Rightarrow \dot{q}_x = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l}{kA}}$$

*** مقایسهٔ جریان الکتریکی با جریان حرارتی:**

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

$Rt : Thermal\ \mathrm{Re}\ sis\tan ce$

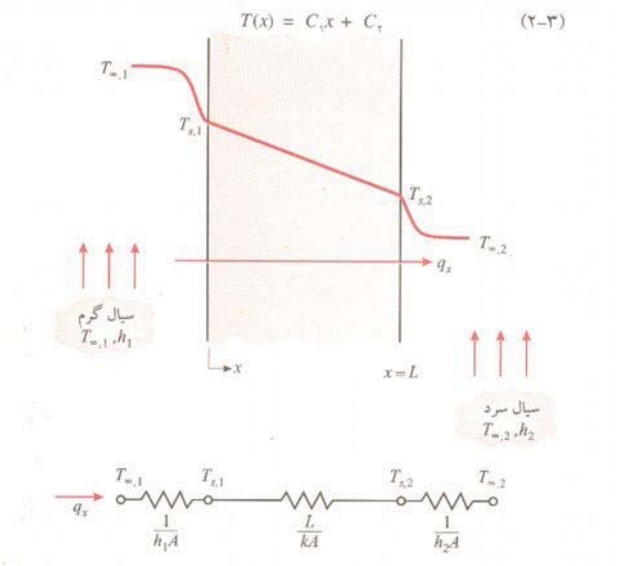
$$\begin{cases}\Delta V,\ I,\ R \\ \updownarrow\ \ \updownarrow\ \ \updownarrow \\ \Delta T, q,\ R_t\end{cases} \qquad Rt_{cond} = \frac{l}{KA}$$

Convection: $\dot{q} = hA\Delta T \rightarrow \dot{q} = \frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{hA}\right)} \qquad R_{t,conv} = \frac{1}{hA}$

Radiation: $q = \varepsilon\sigma A\left(T_{surr}^4 - T_s^4\right) = \left[\varepsilon\sigma\left(T_{surr}^2 + T_s^2\right)\left(T_{surr} + T_s\right)\right] * A\left(T_{surr} - T_s\right)$

$$R_{t,rad} = \frac{1}{hA_{rad}}$$

تحلیل مسئله:



انتقال گرما در دیوار مسطح (الف) توزیع دما (ب) مدار گرمایی معادل

$$R_1 = \frac{1}{h_1 A}, R_2 = \frac{l}{kA}, R_3 = \frac{1}{h_2 A}$$

$R_{tot} = R_{1+}R_2 + R_3$ Series Resistances

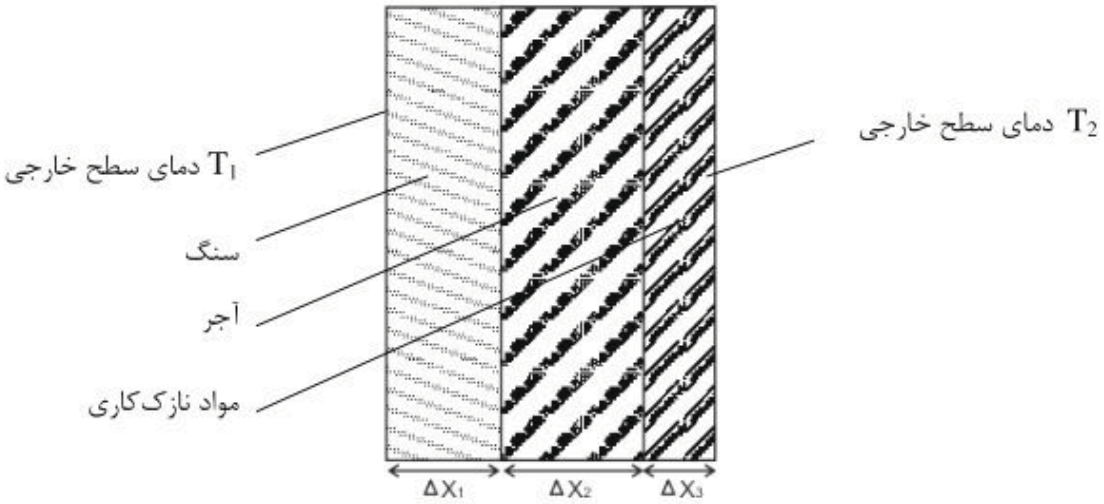
$$\dot{q}_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_1 + R_2} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \ldots$$

Parallel Resistance:

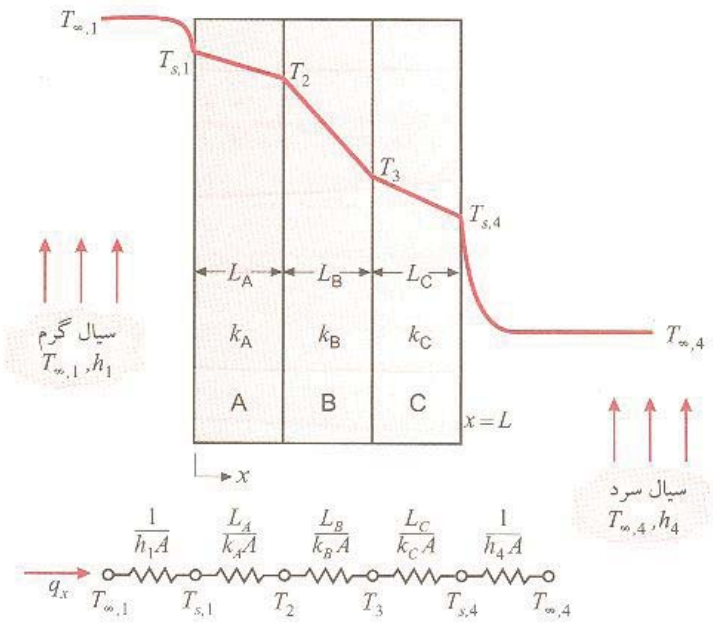
$\dot{q} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \qquad \dot{q} = \frac{\Delta T}{R_1} + \frac{\Delta T}{R_2}$

$$\frac{۱}{R} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

دیوار مرکب:



انتقال حرارت از دیواره چند لایه

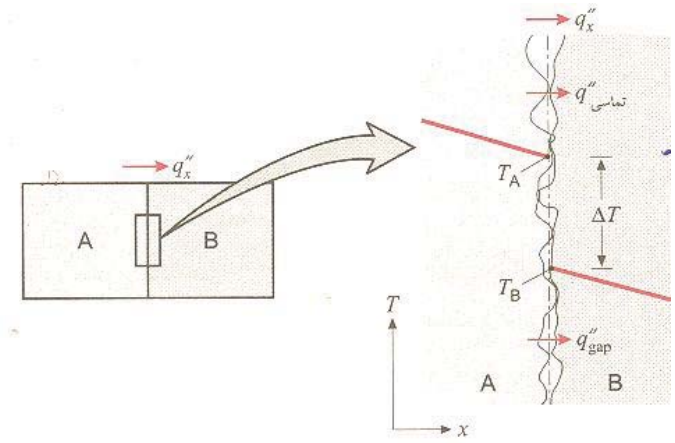


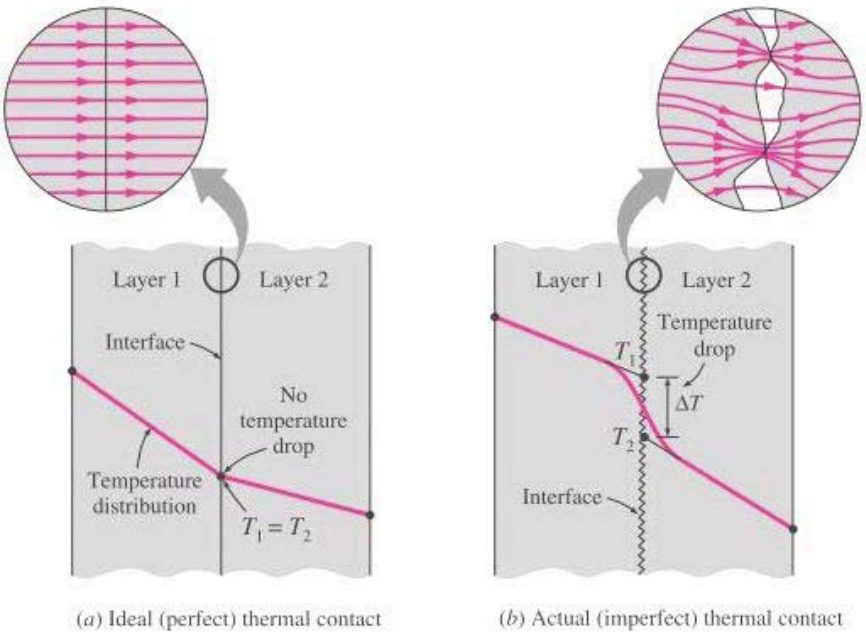
مدار گرمایی معادل برای دیوار مرکب سری

$$\dot{q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_t} \qquad R_t = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$$

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

مقاومت حرارتی سطح تماس :Themal contact Resistance





(a) Ideal (perfect) thermal contact (b) Actual (imperfect) thermal contact

افت دما بر اثر مقاومت تماسی گرمایی

مقاومت سطح تماس به عوامل زیر وابسته است :

1- نوع سیال

2- زبری سطح

3- فشار

* هرچه زبری بیشتر باشد افت دما بیشتر می‌شود.

1) در حالت واقعی چون بین دو سطح تماس سیالی وجود دارد و خود سیال مقاومت دارد بنابراین انتقال حرارت را کم می‌کند و از طرف دیگر kجامد همیشه از k سیال بیشتر است در نتیجه انتقال حرارت کمتر می‌شود.

2) هرچه زبری دو سطح بیشتر باشد افت دما بیشتر می‌شود. چون مقاومت بیشتر می‌شود.

3) هر چه سیال بین دو سطح دارای k کمتری باشد افت دما بیشتر می‌شود. (مقاومت بیشتر است) و افت دما بیشتر می‌شود.

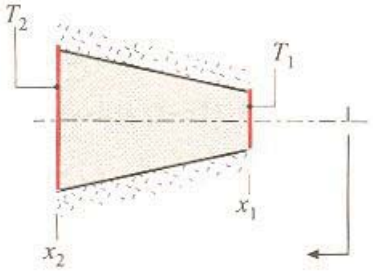
4) هرچه فشار سیال کمتر شود، Convection کمتر می‌شود در نتیجه افت دما بیشتر می‌شود.

$$R_{c,H_2} < R_{c,He} \Leftrightarrow k_{H_2} > K_{He}$$

$$k_{Air} < k_{oil} \Leftrightarrow R_{c,Air} > R_{c,oil}$$

سوال : اگر سیال که بین فصل مشترک قرار دارد اکسیژن باشد افت دما بیشتر وجود دارد یا نیتروژن؟

تابع توزیع دما در دیوار با سطح متغیر:



فرضیات: 1) بدون منبع حرارتی

2) حالت پایدار

3) دور آن عایق‌کاری شده است.

برای المان قانون اول را می‌نویسیم:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{dE}{dt}$$

$$\dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} \Rightarrow \dot{q}_x = constont, \qquad \downarrow q'' = \frac{\dot{q}_x}{A\uparrow}$$

$$\downarrow q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x}\downarrow$$

$$\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{\dot{q}_x . d_x}{A} = -kdT$$

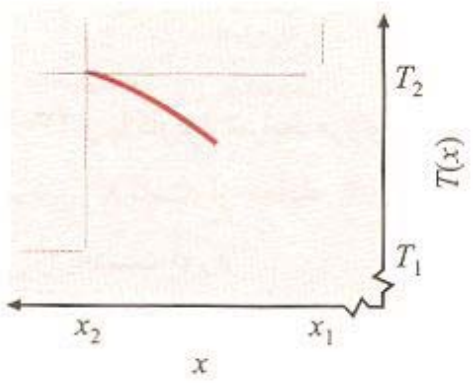
$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x} \frac{\dot{q}_x . d_x}{A} = \int_{T}^{T} -kdT \qquad , \qquad A = \frac{\pi d^2}{4}, d = ax$$

$$\frac{d_1}{x_1} = \frac{d_2}{x_2} = \frac{d}{x} \Rightarrow A = \frac{\pi}{4}a^2x^2$$

$$\Rightarrow \dot{q}_x / {\pi a^2}/{4} \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{x^2} = -k(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \frac{4\dot{q}_x}{k\pi a^2}\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x}\right) = T - T_1$$

$$\Rightarrow T = T_1 + \frac{4\dot{q}_x}{k\pi a^2} - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_1}\right)$$ تابع توزیع دما

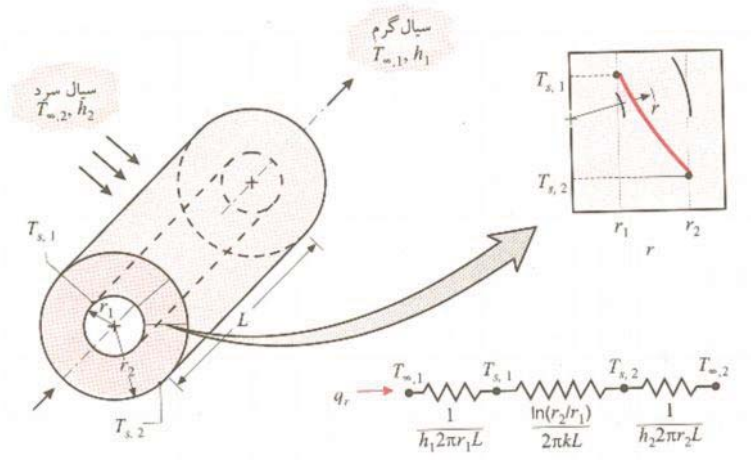


* با افزایش x، شیب کم می‌شود. ***Heat condaction in cylinder:***

معادلهٔ انتقال حرارت در استوانه‌ها:

Assumption: one-dimensional; no Heat Generation, steads stotes

انتقال حرارت فقط در راستای شعاع است.



استوانه توی خالی با شرایط جابه‌جایی در سطح

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\dot{q}_G}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0 \Rightarrow r\frac{dT}{dr}=cfe \Rightarrow dT=\frac{C_1}{r}dr$$

$$\Rightarrow T(r)=C_1\ln+C_2$$

* دما در سیستمهای استوانه‌ای براساس شعاع به شکل تابع لگاریتمی تغییر می‌کند. (توزیع دما لگاریتمی است).

A: مساحت جانبی استوانه:

$\dot{q}_r=-kA\frac{dT}{dr}=-k(2\pi rl)\frac{dT}{dr}\Rightarrow \dot{q}=cons\tan t$ نرخ انتقال حرارت ثابت است.

* یا افزایش شعاع شار حرارتی کم می‌شود.

شار حرارتی: $q_r''=\frac{\dot{q}_r}{A}\rightarrow$ ثابت نیست

* با افزایش شعاع، گرادیان دمایی کم می‌شود.

$$\uparrow r\frac{dT}{dr} = corstont$$

(کاهش) $\frac{dT}{dr}$ $\Rightarrow$ افزایش r

برای حل معادله توزیع دما دو ثابت داریم پس نیاز r دو شرط مرزی داریم:

$$B.C:\begin{cases} T = T_1 \Rightarrow C_1 \ln r_i + C_2 \\ T = T_2 \Rightarrow C_1 \ln r_o + C_2 \end{cases} \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{ro}{ri}}, C_2 = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} l_n r_o$$

$$\text{توزیع دما} \Rightarrow T(r) = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \ln r + T_2 - \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \ln ro =$$

$$= T_2 + \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = -k(2\pi rl)\frac{T_2 - T_1}{r\left[\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)\right]} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi kl}}$$

روش دوم: استفاده از قانون فوریه:

راه دوم: $\dot{q}_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rl)\frac{dT}{dr}$

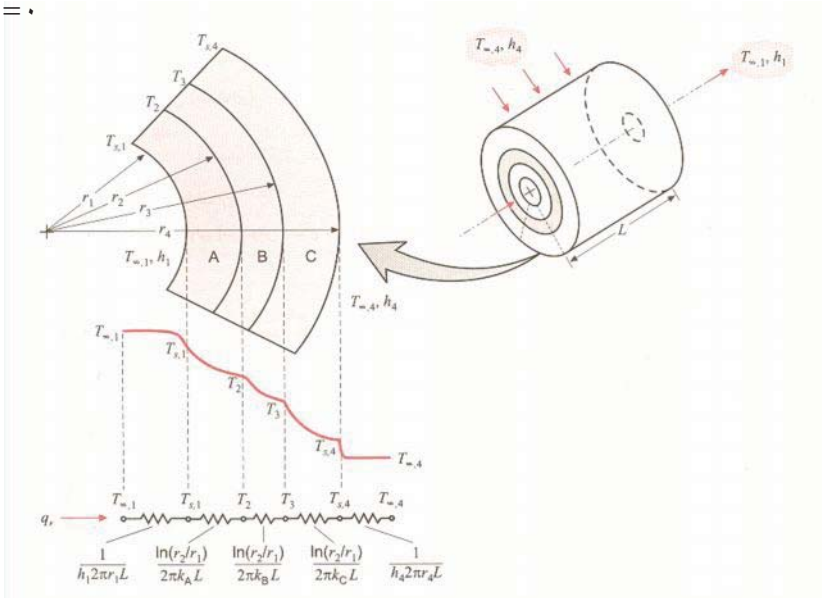
$$\int_{r_i}^{r_o} \dot{q}_r \frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} -2k\pi l dT \Rightarrow \dot{q}_r \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) = 2k\pi l(T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = \frac{2k\pi l(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}$$

$$R_{t,cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2k\pi l}\left(For\ \ cylinder\right)$$

* بررسی مقاومت حرارتی در سیستم استوانه‌ای: (∞_i,∞_o)

فرضی $Radiation=0$



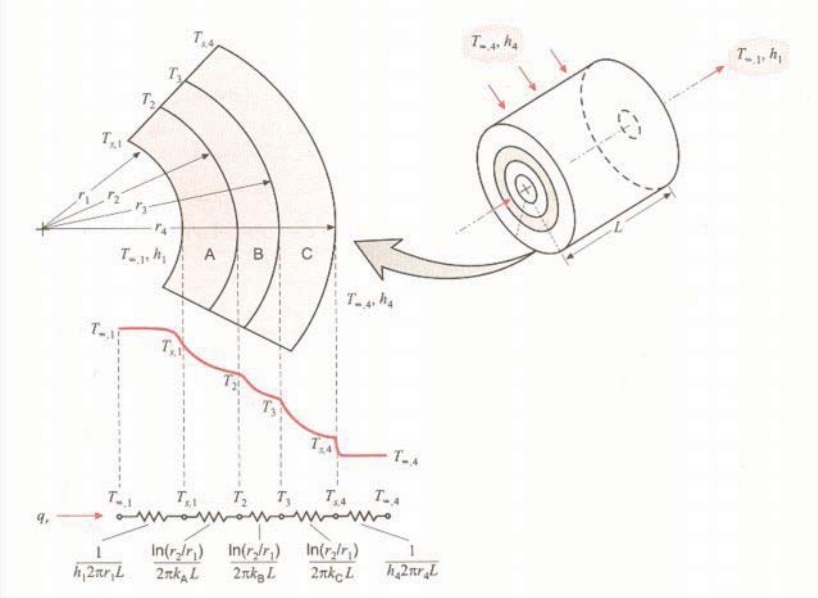
توزیع دما برای دیواره مرکب استوانه‌ای

$$R_1=R_{Conv}=\frac{1}{h_iA_i}=\frac{1}{h_i\left(2\pi r_il\right)}$$

$$R_2=R_{cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi kl}=\frac{1}{h_oA_o}=\frac{1}{h_o\left(2\pi r_ol\right)}$$

$$R3=R_{conv}=\frac{1}{h_oA_o}=\frac{1}{h_o\left(2\pi r_ol\right)}$$

استوانه‌های چندلایه: multy layers Cylinder:



توزیع دما برای دیواره مرکب استوانه‌ای

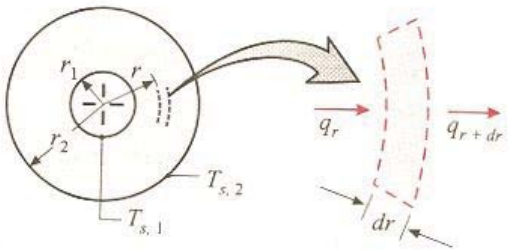
$$R_۱ = R_{conv} = \frac{۱}{h_i A_i} = \frac{۱}{h_i (۲\pi r_i l)}, \qquad R_۲ = R_{cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)}{۲\pi k_۱ l}$$

$$R_۳ = R_{cond} = \frac{\ln(r_۳ / r_۲)}{۲\pi k_۲ l}, \qquad R_۴ = R_{cond} = \frac{\ln(r_۴ / R_۳)}{۲\pi k_۳ l}$$

$$R_۵ = R_{conv} = \frac{۱}{h_o A_o} = \frac{۱}{h_o (۲\pi r_۴ l)}$$

$$R_t = R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴ + R_۵ \Rightarrow \dot{q}_r = \frac{T_{\infty i} - T_{\infty_o}}{R_{total}} = \frac{T_۱ - T_۴}{R_۲ + R_۳ + R_۴} = ...$$

Heat conduction in sphere:



*** معادلهٔ انتقال حرارت در کره:**

دو روش وجود دارد: فقط روش دوم را بررسی می‌کنیم

Assumption: one-Dimensional , steady state, no Heat Generation

فرضیات:

بدون منبع حرارتی

شرایط پایدار

یک بعدی

* در راستای θ نمی توانیم حرارت انتقال داشته باشیم، انتقال حرارت در جهت شعاع داریم . (اگر دور بزنیم کاهش و یا افزایش دما وجود ندارد.)
*خطوط شعاع ثابت ، خطوط دما ثابت نیز هستند

* انتقال حرارت فقط در راستای شعاع اتفاق می‌افتد. در نتیجه هر سطح شعاع ثابت یک

سطح دما ثابت است.

First law of thermo:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_{Q} - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v} \Rightarrow \dot{q}_r = \dot{q}_{r+dr}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = \dot{q}_r + \frac{\partial \dot{q}r}{\partial r} dr \Rightarrow \frac{\partial \dot{q}_r}{\partial r} = 0 \Rightarrow \dot{q}_r = cons\tan t$$

$$\uparrow q_r'' = \frac{\dot{q}_r}{A} \downarrow$$

* نرخ انتقال حرارت در سه نوع دیواره (تخت- استوانه‌ای- کره‌ای) ثابت است.

* شار حرارتی فقط در دیوار تخت ثابت است ولی در دیوارهٔ استوانه‌ای و کروی ثابت نیست و با افزایش شعاع کم می‌شود.

* در دیوارهٔ کروی گرادیان دمایی $\left(\frac{dT}{dr}\right)$ با افزایش شعاع کم می‌شود.

حل از راه قانون فوریه: $\dot{q}_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k\left(۴\pi r^۲\right)\frac{dT}{dr} = cte$

$$\int_{r_i}^{r_o} \dot{q}_r \frac{dr}{r^۲} = \int_{T_۱}^{T_۲} -۴\pi dT \Rightarrow \dot{q}_r\left(\frac{۱}{r_i} - \frac{۱}{r_o}\right) = ۴k\pi\left(T_۱ - T_۲\right)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_r = \frac{T_۱ - T_۲}{\left(\frac{۱}{r_i} - \frac{۱}{r_o}\right)}$$

$$\Rightarrow R_{t,cond} = \frac{\frac{۱}{r_i} - \frac{۱}{r_o}}{۴k\pi} \; for \; sphere \qquad T(r) = \frac{C_۱}{r} + C_۲$$

توزیع دما:

سوال:

* شار حرارتی در استوانه کمتر است یا در کروی؟

* کاهش شیب در استوانه بیشتر است یا در کره ؟

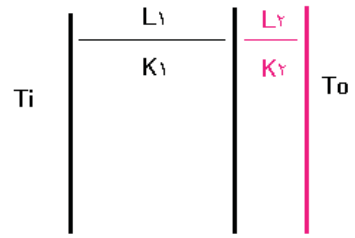
شعاع بحرانی عایق: Critical Radius of insulation

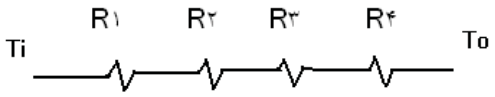
$$R_1 = \frac{L_1}{K_{1A}}, R_2 = \frac{l_2}{k_2 A}, R_3 = \frac{1}{h_o A}$$

$$\downarrow \dot{q}_x = \frac{T_1 - T_\infty}{R_1 + R_2 + R_3} \uparrow$$

شعاع بحرانی عایق :

1) صفحه تخت:





$$Rconv = \frac{1}{h_i A_i} = cte$$

$$R_1 = \frac{L_1}{K_1 A} = cte$$

$$Rins = \frac{\overset{\uparrow}{L_2}\uparrow}{KinsA} \qquad \downarrow q = \frac{Ti - To}{Rtot \uparrow}$$

$$Rconv = \frac{1}{hoA} = cte \qquad \uparrow Rtot = Rconv + R1 + \underset{\uparrow}{Rins} + Rconv$$

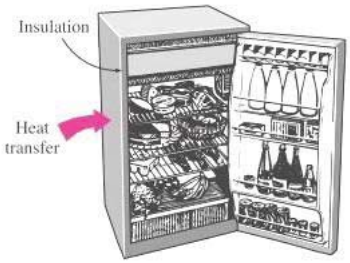
* در صفحه تخت باید عایق را به گونه‌ای انتخاب کنیم که مجموع مقاومتها زیاد شود

هرچه طول (ضخامت) عایق را بیشتر انتخاب کنیم انتقال حرارت به همان نسبت کم

می‌شود چون مقاومت کل افزایش پیدا می‌کنیم (کلیهٔ مقادیر ثابت‌اند فقط می‌توانیم 1

عایق را تغییردهیم).

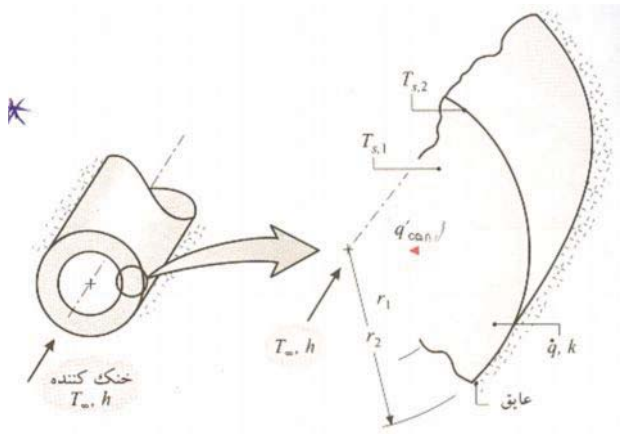
* در صفحهٔ تخت شعاع بحرانی عایق نداریم و هرچه ما را بیشتر کنیم مقاومت بیشتر می‌شود.



*در دیواره ی تخت هر چه ضخامت عایق را بیشتر کنیم نرخ انتقال حرارت کمتر می شود.

* در دیواره ی تخت با افزایش عایق مقاومت هدایتی افزایش پیدا می کند ولی مقاومت جابه جایی کاهش پیدا می کند.

*** دیوارهٔ استوانه‌ای:**



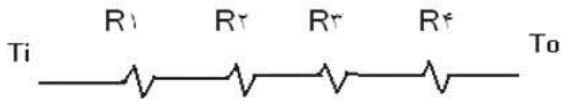
$$\uparrow R_1 = R_{cond} = \frac{\ln\left(r_o / r_1\right)}{2\pi k_{in} l}, \qquad \downarrow R_2 = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{h_o 2\pi r_o l \uparrow}$$

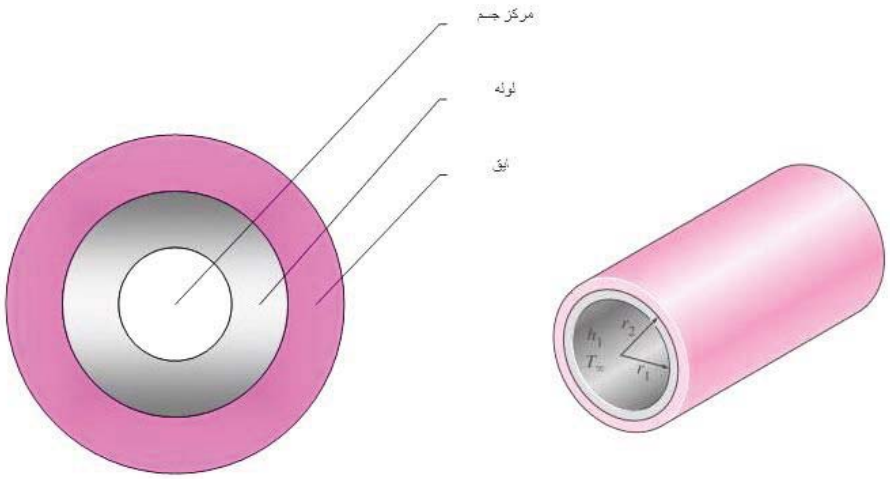
$$\dot{q}_r = \frac{T_1 - T_{\infty o}}{R_1 + R_2}$$

* گاهی اوقات کاهش مقاومت جابه جایی به افزایش مقاومت هدایتی غلبه می کند که در این حالت نه تنها افزایش عایق باعث کاهش انتقال حرارت نمی شود بلکه به افزایش انتقال حرارت نیز می انجامد.

* با افزایش عایق مقاومت جابه‌جایی کم ولی مقاومت رسانش زیاد می‌شود. در نتیجه باید شعاع بهینه را بیابیم:

می‌خواهیم شعاع بهینه را پیدا کنیم:





$$R_1 = \frac{1}{hiA} = cte$$

$$R_2 = \frac{Ln(\frac{r_1}{r_2})}{2\pi lk} = Cte$$

$$\overset{\uparrow}{R_3} = \frac{Ln(\frac{ro\uparrow}{r1})}{2\pi lkins}$$

$$RL_1 \downarrow = \frac{1}{hoAo\uparrow}$$

پیدا کردن شعاع بحرانی:

شعاعی است که در آن شعاع max انتقال حرارت را داریم .

قبل از rcr اضافه کردن عایق باعث افزایش انتقال حـرارت و بعـد از rcr اضـافه کـردن عایق سبب کاهش انتقال حرارت می شود.

$$q=\frac{Ti-To}{Rtot}=Rtot=R1+R2+R3+R4=\frac{1}{hi2\pi k}+\frac{Ln(\frac{r1}{ri})}{2\pi lk_1}+\frac{Ln(\frac{ro}{r_1})}{2\pi lkins}+\frac{1}{ho2\pi lro}$$

$$\frac{\partial q}{\partial ro}=0$$

$$\frac{\partial Rtot}{\partial ro}=0$$

$$\frac{\partial Rtot}{\partial ro}=0\Rightarrow\frac{\frac{1}{ro}}{2\pi lkins}-\frac{1}{2ho\pi lro^{2}}=0$$

$$\frac{1}{2\pi lkinsro}=\frac{1}{2\pi holro^{2}}\rightarrow rcr=\frac{kins}{h}$$

برای پیدا کردن max و min بودن یکبار دیگر مشتق می گیریم

$$\frac{\partial^{2}Rtot}{\partial ro}=-\frac{1}{2\pi kinslro^{2}}+\frac{1}{ho\pi lro^{3}}=$$

$$\frac{\frac{-1}{2\pi l^{kins}(\frac{kins}{ho})^{2}}+\frac{1}{ho\pi(\frac{kins}{ho})^{3}}=\frac{-1}{2\pi k^{3}ins\frac{L}{ho^{2}}}+\frac{1}{\frac{\pi kinsl}{ho^{2}}}=}{\frac{1}{2\pi\,kins^{3}\frac{l}{ho^{2}}}\succ 0\frac{\partial^{2}Rtot}{\partial ro^{2}}\succ 0}$$

$$R_t = R_1 + R_2$$

باید $\frac{dq_r}{dr_o} = 0$ یا $\frac{dR_{tot}}{dr_o} = 0$

$$\Rightarrow R_{tot} = R_1 + R_2, \frac{dRt}{dro} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{r_o}}{2\pi k_{in} l} + \frac{-1}{h_o 2\pi l r_o^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{r_o 2\pi l}\left[\frac{1}{k_{in}} - \frac{1}{h_o r_o}\right] = 0$$

$$\frac{1}{k_{in}} = \frac{1}{h_o r_o} = 0 \Rightarrow r_{ocr} = \frac{k_{in}}{h_o}$$

$$\frac{d^2 R_t}{dr_o^2} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2\pi_{in}\pi l r_o^2} + \frac{2}{h_o 2\pi l r_o^3} = -\frac{1}{2\pi \frac{k_{in}^2}{h_o^2}} + \frac{2}{2\pi l \frac{k_{in}^2}{h_o^2}}$$

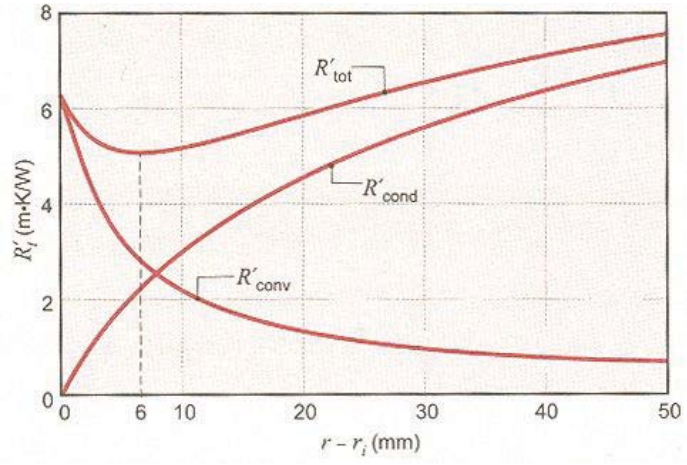
$$= \frac{1}{2\pi l \, k_{in}^2 / h_o^2}$$

شعاع بحرانی کره:

$$rcr = \frac{2k}{ho}$$

* پس شعاع بحرانی شعاعی است که در آن مقاومت می‌نیمم در نتیجه انتقال حرارت ماکزیمم است.

* شعاع بحرانی عایق برای مسائلی اهمیت دارد که قطر لوله کم باشد. و h_o کم باشد.



*با توجه به نمودار برای افزودن عایق فقط باید در ناحیهٔ مشخص شـده اقـدام کـرد. اگـر در $r > ro_{cr}$ عایق اضافه کنیم. انتقال حرارت به اندازهٔ همان $\dot{q}_{base}$ است.

سوال:

* شعاع بحرانی برای لوله های با شعاع کم دارای اهمیت است یا شعاع های زیاد؟

در لوله های با شعاع زیاد ماهواره بعد از rcr هستیم پس با اضافه کـردن عـایق انتقـال حرارت کم می شود ولی شعاع بحرانی برای لوله های با شعاع کم دارای اهمیت است .

* rcr در محیط هایی کهh زیاد است با اهمیت است یا h کم است ؟ در جاهایی کـه h کم است باید دقت کنیم و دارای اهمیت است چون ضریب انتقال حرارت کم است و دلیل بالا

	دیوار تخت	استوانه	کروی
معادله :	$\frac{d^2T}{dx^2}=0$	$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr})=0$	$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{dT}{dr})=0$
توزیع دما :	$T=C_1X+C_2$ خطی	$T=c_1\ln r+c_2$ لگاریتمی	$T=\frac{C_1}{r}+C_2$ $\frac{1}{r}$
مقاومت حرارتی :	$\frac{L}{KA}$	$\frac{\ln(\frac{ro}{ri})}{2\pi lk}$	$\frac{\frac{1}{ri}-\frac{1}{ro}}{4\pi k}$
شعاع بحرانی :	-	$\frac{Kins}{h}$	$\frac{2Kins}{h}$

مسئله: لوله‌ای به طول 50m داریم دمای هوای اطـراف لولـه $15^{o}C$ اسـت. قطـر لولـه $10cm$ است. در داخل لوله نیز بخار آب جریان دارد. دمای سطح دیرون لولـه $150^{o}C$ اسـت. ضـریب انتقال حرارت جابه‌جایی بیرون لوله $20w/m^{2}.c$ است.

الف) نرخ انتقال حرارت را بدون عایق بدست آورید.

ب) شعاع بحرانی عایق را در صورتی که از عایقی بـا $k=0/035$ اسـتفاده شـود. را بـه دسـت آورید.

ج) اگر شعاع بیرونی با عایق برابر 69mmباشد چه مقدار از اتلاف انرژی صرفه‌جویی می‌شود.

$$\dot{q}_{bare}=h_{o}A(T_{s}-T_{\infty})=20w/m^{2}.c\times(\pi DL)(T_{s}-T_{\infty})$$

$$\dot{q}_{bare}=20\times(\pi\times0/1\times50)(150-15)=42412w$$

$$r_{cr}=\frac{k_{in}}{h_{o}}=\frac{0.035}{20}\times1000=1.75mm$$

* در این مسئله شعاع بحرانی عایق از شعاع بیرون بدون عایق لوله کمتر اسـت پـس در ایـن مسئله شعاع بحرانی مطرح نیست یعنی همیشه اضـافه کـردن عـایق انتقـال حـرارت را کـم می‌کند.

$$r_{cr}=\frac{kin}{h_{o}}:forcylinder \qquad r_{cr}=\frac{2kin}{h_{o}}:for\ \ sphere$$

$$R_{1}=R_{cond}=\frac{\ln\left(\frac{r_{o}}{r_{1}}\right)}{2\pi k_{in}l}, \qquad R_{2}=R_{conv}=\frac{1}{h_{o}A_{o}}=\frac{1}{h_{o}2\pi r_{o}l}$$

$$\dot{q}_2 = \frac{T_s - T_{\infty\cdot}}{R_1 + R_2} = \frac{۱۵۰ - ۱۵}{\frac{\ln\left(\frac{۶۹.۲}{۵۰}\right)}{۲\pi \times ۰.۰۳۵ \times ۲۰} + \frac{۱}{۲۰ \times ۲\pi \times \left(۶۹.۲ \times ۱۰^{-۳}\right) \times ۵۰}}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_2 = ۴۲۴۱w \qquad , \dot{q}_{bare} = ۴۲۴۱۲$$

* ده برابر با اضافه کردن عایق از افت حرارت صرفه‌جویی کرده‌ایم.

*** تغییرات h با توجه به انواع انتقال حرارت جابه‌جایی:**

Type of convection	h
Free convection of gass	۲ – ۲۵
Free convection of liquids	۱۰ – ۱۰۰۰
Forced convection gasses	۲۵ – ۲۵۰
Forced convection liquids	۵۰ – ۲۰۰۰۰
Boiling & condension	۲۵۰۰ – ۱۰۰۰۰۰

Heat conduction with internal Heat (Energy) Generation

انتقال حرارت با وجود منبع حرارتی:

$$\begin{cases} Electical\ \ Energy \\ chemical\ Energy \Rightarrow Heat\ \ Thermal\ \ energy \\ nacler\ Energy \end{cases}$$

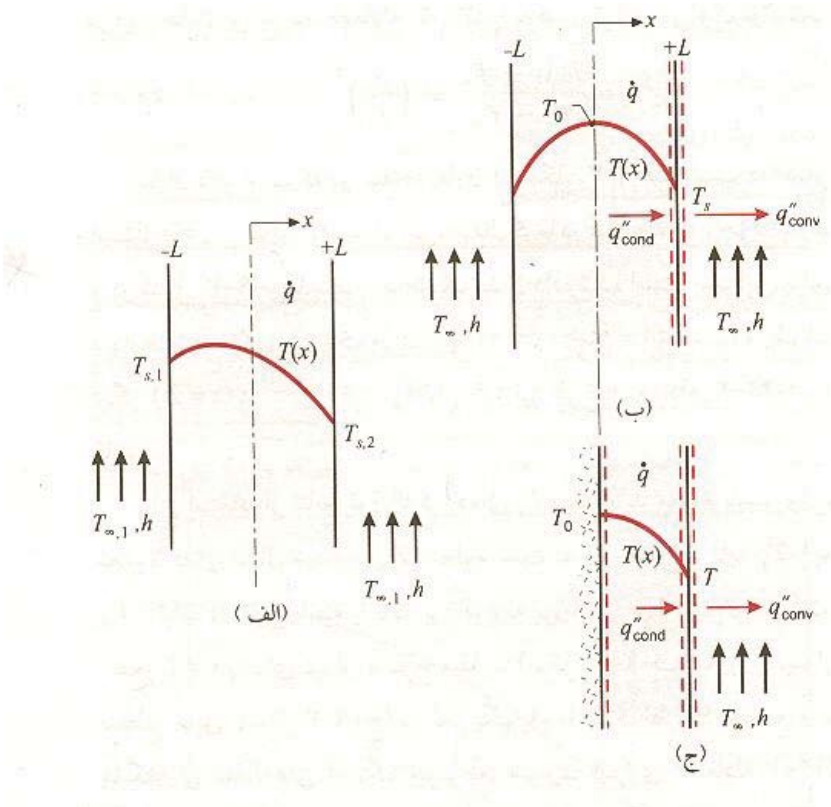
$$\dot{E}_g = RI^2 \qquad \dot{q}_G = \frac{\dot{E}_G}{V}$$

$\dot{q}_Q$: *Rate* of Heat Generation per unit volume نرخ انتقال حرارت بر واحد حجم

1) Plane wall : دیوار مسطح

* Assumption: one- Dimensional, steady state, uniform heat generation

* اگر شرایط دو طرف دیوار برابر باشد آنگاه، $T_{s1} = T_{s2}$ در نتیجه توزیع دما بدین صورت است:



در جایی که مماس بر منحنی افقی است پس در $x=0$، $c_1=0$، پس از معادله از نتیجه می‌گیریم $\frac{dT}{dx}$ برابر صفر است.

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\Rightarrow\frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot{q}}{k},\dot{q}=cte$$

$$\Rightarrow\frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot{q}}{k}\rightarrow\frac{dT}{dx}=\frac{-\dot{q}}{k}x+c_1\Rightarrow$$

$\Rightarrow T(x)=-\frac{\dot{q}}{2k}x^2+C_1x+C_2$ توزیع دما در دیوار تخت که به شکل سهمی است

$$B.C\begin{cases}x=-l:T=T_{s1}\Rightarrow T_{s1}=-\frac{\dot{q}l^2}{2k}-c_1l+C_2\\ x=l:T=T_{s2}\Rightarrow T_{s2}=-\frac{\dot{q}l^2}{2k}+c_1l+c_2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2=\frac{T_{s1}+T_{s2}}{2}+\frac{\dot{q}l^2}{2k},\qquad C_1=\frac{T_{s2}-T_{s1}}{2l}$$

* مماس بر نمودار توزیع دما در $x=0$ افقی است یعنی $\frac{dT}{dx}=0$

*** بررسی دیوار با سطح ورودی آدیاباتیک:**

First law of thermo:

$$\dot{E}_{in}+\dot{E}_G-\dot{E}_{out}=\frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v}$$

$$\Rightarrow\dot{E}_G=\dot{E}_{out}\Rightarrow\dot{q}(Al)=hA(T_{s1}-T_\infty)$$

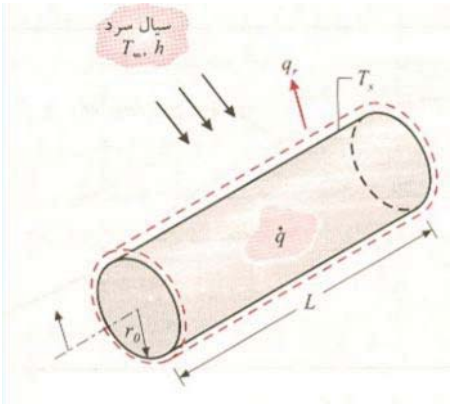
$$T_s=\frac{\dot{q}l}{h}+T_\infty\qquad\qquad\dot{q}(2l_A)=hA(T_{s1}-T_{\infty1})+h_2A(T_{s2}-T_{\infty2})$$

$$x=0\Rightarrow T(0)=T_o=C_2=T_s+\frac{\dot{q}l^2}{2k}\Rightarrow T_o-T_s=\frac{\dot{q}l^2}{2k}$$

2) دیوارهٔ استوانه‌ای:

2. cylindrical wall:

Assumption: one-Dimensional, steady state, uniform heat generation.



رسانش در استوانه توی پر با تولید گرمای یکنواخت

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}\Rightarrow\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=\frac{-\dot{q}}{k}$$

$$\Rightarrow r\left(\frac{dT}{dr}\right)=\frac{-\dot{q}r^{2}}{2k}+C_1\Rightarrow dT=\left(-\frac{\dot{q}r}{2k}+\frac{c_1}{r}\right)dr$$

$$T=-\frac{\dot{q}r^{2}}{4k}+c_1\ln r+C_2 \qquad B.C\begin{cases} r=r_o & T=T_s \\ r=0 & \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=0}\Rightarrow C_1=0 \end{cases}$$

با توجه به تقارن مسئله

* در نتیجه توزیع دما در استوانه توپر به صورت سهمی است.

$$r=r_o\Rightarrow T_s=\frac{-\dot{q}r_o^{2}}{4k}+C_2\Rightarrow C_2=Ts+\frac{\dot{q}r_0^{2}}{4k}$$

$$\Rightarrow T(r)=T_s-\frac{\dot{q}R^{2}}{4k}\ for\ cylinder$$

* برای دیوار کروی ثابت شود: $T_o - T_s = \frac{\dot{q}R^2}{6k}$

* first law of thermo $\dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v.} \Rightarrow \dot{E}_G = \dot{E}_{out}$

$\Rightarrow \dot{q}\left(\pi R^2 l\right) = h(2\pi Rl)(T_s - T_\infty)$

$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}R}{2h}\ for\ \ cyhinder$

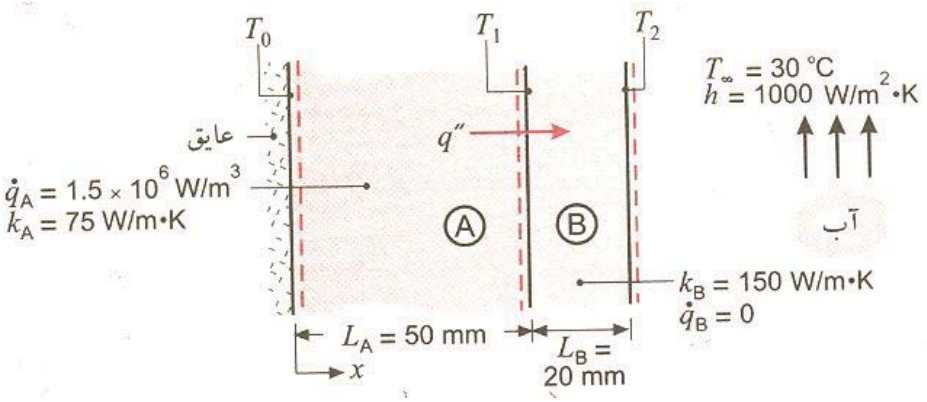
*** برای معادلات در دیوارۀ کروی**

$for\ sphere: \dot{q}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = h\left(4\pi R^2\right)(T_s - T_\infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}l}{3h}\ sphere$

$T_s = T_\infty t\frac{\dot{q}}{h}\ plane\ \ wall$

مسئله حل شده کتاب: مسئله ص 68 منبع: اینکروپرا



الف) توزیع دما را در حالت پایدار رسم کنید.

ب) T_2, T_o را نیز محاسبه کنید.

ج) شار حرارتی را براساس طول دیوار رسم کنید.

1) در T_o شیب مماس بر منحنی دما افقی است چون سطح عایق است.

2) از T_1 تا T_2 چون منبع حرارتی نداریم نمودار توزیع دما خطی است.

3) جایی که منبع حرارتی داریم نمی‌توان مدار رسم کرد چون حرارت ثابت نیست.

*** سیستم دیوار B می‌گیریم:**

$$systemB: \dot{E}_{in} + \dot{E}_G - \dot{E}_{out} = \frac{\partial E}{\partial t}\Big|_{c.v.}$$

$$\Rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \Rightarrow \dot{q}_A(l_A.A) = hA(T_2 - T_\infty)$$

$$\Rightarrow ۱.۵\times ۱۰^۶ \left(۵۰\times ۱۰^{-۳} m\right) = ۱۰۰۰(T_2 - ۸۰) \Rightarrow T_2 = ۱۰۵^o c$$

$$T_o - T_1 = \frac{q l_A^2}{2k_A}$$

*** برای به دست آوردن T_1 باید مدار به دست‌آوریم:**

$$R_1 = R_{cond} = \frac{l_B}{k_{B.A}} = \frac{۰.۰۲}{۱۵۰\ A}, R_2 = \frac{۱}{hA} = \frac{۱}{۱۰۰۰\ A}$$

$$\Rightarrow \dot{q} = \frac{T_1 - T_2}{R_1} = \frac{T_2 - T_\infty}{R_2} \Rightarrow \frac{T_1 - ۱۰۵}{\frac{۰.۰۲}{۱۵۰A}} = \frac{۱۰۵ - ۳۰}{\frac{۱}{۱۰۰۰A}}$$

$$\Rightarrow T_1 = ۱۱۵^o C \qquad T_. - T_1 = \frac{\dot{q}_A l^2_A}{2k_A} \Rightarrow T_. - ۱۱۵^o = \frac{۱.۵\times ۱۰^۶ \times (۰.۰۵)^2}{۲\times ۷۵}$$

$$\Rightarrow T_. = ۱۴۰^o C$$

حل مسئله:

بخار آب فوق گرم با دمای $۵۷۵^{o}C$ در لوله‌های فولادی $(k=۳۵W/m.K)$ با قطره داخلی 300mm و با ضخامت دیواره 30mm از بویلر تا توربین یک نیروگاه الکتریکی حمل می‌شود. برای کاهش دفع گرما به اطراف و برای حفظ دمای قابل لمس در سطح خارجی، لایه‌ای از عایق سیلیکات کلسیم $(k=۰/۱W/m.K)$ برای لوله‌ها به کاربرده می‌شود. اگر عایق در ورق نازکی از آلومینیوم با گسیلمندی $\varepsilon=۰/۲$ پوشیده شود، کیفیت آن کاهش می‌یابد. دمای هوا و دیواره نیروگاه $۲۷^{o}C$ است.

(الف) با فرض این که دمای سطح داخلی لوله فولادی با دمای بخار آب برابر است و ضریب جابه‌جایی خارجی برای ورق آلومینیومی $۶W/m^{۲}.k$ است، مینیمم ضخامت عایق‌کاری مورد نیاز برای این که دما از $۵۰^{o}C$ بیش‌تر نشود چقدر است؟

در این حالت، دفع گرما از یک متر طول لوله چقدر است؟

$$r_i=\frac{۳۰۰}{۲}=۱۵۰m$$

$$t_T=۳۰mm$$

$$k_۱=۳۵\,{}^{w}\!/_{m.k}$$

$$k_۲=۰.۱\,{}^{w}\!/_{m.k}$$

$$T_i=T_۱$$

$$T_۳=۵۰$$

$t_۲ = ?, \dot{q}_۲ = ?$

$r_۱ = r_i + t_۱ = ۱۵۰ + ۳۰$

$$R_۱ = R_{cond} = \frac{\ln\left(r_۱ / r_i\right)}{۲\pi k_۱ l} = \frac{\ln\left(\frac{۱۸۰}{۱۵۰}\right)}{۲\pi \times ۳۵ l}$$

$$R_۲ = \frac{\ln\left(r_o / r_۱\right)}{۲\pi k_۲ l} = \frac{\ln\left(\frac{r_۰}{۱۸۰}\right)}{۲\pi \times ۰.۱ l}$$

$$R_۳ = R_{conv} = \frac{۱}{h_۰ A} = \frac{۱}{۶ \times ۲\pi r_o l}$$

$$R_۴ = R_{Rad} = \frac{۱}{h_r A} \qquad h_{rad} = \sigma_\varepsilon \left(T_۳^۲ + T_o^۲\right)\left(T_۳ + T_۰\right)$$

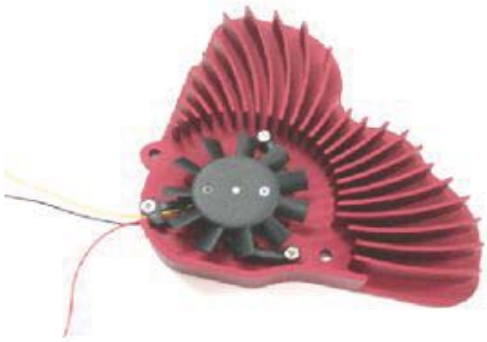
$$h_{rod} = ۵.۶۷ \times ۱۰^{-۸}\left(۳۲۳^۲ + ۳۰۰^۲\right)\left(۳۲۳ + ۳۰۰\right)$$

$$\frac{T_۱ - T_۳}{R_۱ + R_۲} = \frac{T_۳ - T_۰}{R_۵\left(R_۳ + R_۴\right)} \Rightarrow r_۰ =$$

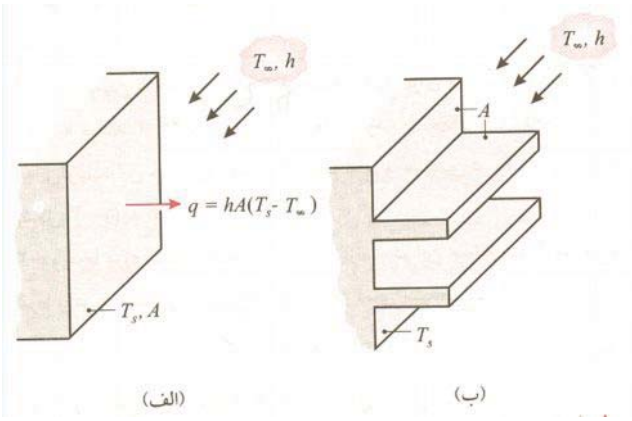
$r_o = r_۱ + t_۲ \Rightarrow t_۲ =$ $\qquad \Rightarrow \dot{q} = ?$

Heat Transfer from Extended surface: (fin)

انتقال حرارت از سطوح گسترش یافته:



خنک کردن لوازم الکترونیکی با استفاده از فن (مثالی از جابجایی اجباری)



استفاده از پره‌ها برای تقویت انتقال گرما از دیوار مسطح (الف) سطح بی‌پره. (ب) سطح پره‌دار

$$q = hA(T_s - T_\infty)$$

$$if T_s = cte$$

راههای افزایش انتقال حرارت:

1) یکی از راههای افزایش انتقال حرارت افزایش h است.

2) کاهش T_∞، که معمولاً غیر عملی است.

3) یکی دیگر از راههای افزایش انتقال حرارت افزایش سطح مقطع (A) می‌باشد.